К. А. Лебедев, О методических и научных принципах создания школьного учебника математики серии “МГУ — школе”. I. Числовые системы (5–6 классы), *Матем. обр.*, 2016, выпуск 3(79), 3–20

О методических и научных принципах создания школьного учебника математики серии “МГУ — школе”. I. Числовые системы (5-6 классы)

К. А. Лебедев

Рассматриваются методические и научные предпосылки (принципы, методы), лежащие в основе учебников “МГУ — школе”. Внимание акцентируется на 10 методических и научных принципах, используемых авторами учебников. Обсуждаются и критически сравниваются некоторые методики прошлого и настоящего. Затронут вопрос о влиянии информационных технологий на возможность создания единого учебника-справочника, базирующегося на объективном строении математического знания и проверенных, оправдавших себя методиках прошлого.

Ключевые слова: математическое образование, учебник математики, методические принципы, научные принципы.

Введение

В настоящее время сложилась весьма нездоровая и критическая ситуация с преподаванием математики во всем мире. Это ощущают на себе классические университеты, высшие учебные заведения, куда приходят малоподготовленные школьники.

В России имеется “Концепция развития математического образования в Российской Федерации”, утверждённая распоряжением Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 № 2506-р, где сказано, что “Без высокого уровня математического образования невозможно выполнение поставленной задачи по созданию инновационной экономики...” [1].

Критичность положения с математическим образованием отмечалась и в США. В 2000 г. была создана специальная комиссия по проблемам школьного образования. В докладе Комиссии президенту Соединённых Штатов под названием “Пока ещё не слишком поздно” (“Before It Is Too Late”, John Glenn’s National Commission on Mathematics and Science Teaching for the 21st Century, September 27, 2000), [2] говорится: “Комиссия убеждена, что на заре нового столетия и тысячелетия будущее благосостояние нашего государства зависит не только от того, насколько мы хорошо обучаем детей в целом, но и от того, насколько мы качественно обучаем естественным, фундаментальным наукам, и в частности, математике...”.

Качественное обучение “обусловлено качеством многих других его составляющих — учебников, учебных планов, программ, их согласованностью с возможностями усвоения учащимися, качеством подготовки учителей, компетентностью управленцев от образования. Весьма важными являются: количество отведённого учебного времени, качество методического обеспечения учебного процесса, возможности его совершенствования и пр. Влияют на качество образования и качества обучаемого “человеческого материала”, как сегодня принято выражаться, которые вырабатываются современной жизнью во всех её проявлениях” [3, с. 7].

Попытки исправить ситуацию с недостаточным профессиональным уровнем учителей математики занимаются лучшие университеты Америки [4].

Уникальные усилия предпринял университет Беркли, где создан кружок, в котором учат математике с 6-летнего возраста на протяжении 12 лет и вуз готовит для себя кадры [5]. Ведут занятия профессора университета. Интересно отметить, что здесь переведены на английский язык книги А. П. Киселёва, ссылки на них можно найти на сайте университета.

Американская транснациональная компания “Боинг” оказывает поддержку Московскому центру непрерывного математического образования уже в четвёртый раз: общая сумма составила сто тысяч долларов. Естественно, сразу возникает вопрос: зачем им это нужно? Дело в том, что “Боинг” постоянно набирает по всему миру множество высококвалифицированных рабочих, инженеров, учёных с очень хорошим образованием. В процессе этого набора американцы отметили общее падение уровня образования в мире, в частности, естественно-научных дисциплин и особенно математики. А так как около полутора тысяч российских инженеров работают сегодня по программам сотрудничества с компанией “Боинг”, корпорация оказалась заинтересованной в поддержании высокого уровня математического образования в России [6]. Правда, частный капитал, как известно, ограничен видением только ближайших своих проблем и не может решить глобально проблему образования. Это под силу только государству.

Особая роль в повышении качества обучения и качества знаний учащихся принадлежит учебнику. Процитируем ещё раз И. П. Костенко: “Часто слышится мнение, что учитель — более важный фактор обучения, нежели учебник. Мнение, по меньшей мере, поверхностное. Бесспорно, что хороший учитель оказывает сильнейшее благотворное психологическое влияние на учащихся, стимулируя их мотивацию и организовывая познавательный процесс. Но хороший учебник влияет и на учащихся, и на учителя. Он даёт в руки учителя педагогически организованную систему учебного предмета, методически проработанную и выверенную длительным опытом многих поколений учителей. Тем самым он избавляет учителя от многих ошибок и вооружает правильной методикой преподавания. Это особенно важно для массовой школы, ибо хороший учебник массово поднимает среднего учителя до хорошего. Но главная функция учебника другая. Хороший, доступный учащимся учебник позволяет им самостоятельно добывать знания и осмысливать их. Если же такие учебники сопровождают все годы учения, то их влияние на становление мышления детей неоценимо. И эту функцию учебника не может заменить никакой хороший учитель. За долгую историю педагогики её лучшими представителями было понято, что “хороший учебник — фундамент (!) хорошего преподавания” (К. Д. Ушинский). С хорошим учебником и средний учитель будет иметь хорошие результаты” [3, с. 452].

Для того чтобы учебник был хорошим, он должен удовлетворять ряду принципов, многие из которых хорошо известны, но забыты. Например, знаменитому учебнику А. П. Киселёва, по его же словам, присущи три качества: точность в формулировках при установлении понятий, простота в рассуждениях, сжатость в изложении. Стоит сравнить этот учебник с современными учебниками, без всякой меры искусственно раздутых по объёму, насыщенных совершенно ненужной, преждевременной по возрасту, трудной информацией и непосильными требованиями к неокрепшему интеллекту учащегося. Учебники перегружены избыточной второстепенной информацией, которую не способен переработать никакой ученик.

Точности в формулировках сейчас не добиваются, это не модно, добиваются логической строгости, высокого теоретического уровня. Однако педагогика давно установила, что стремление к высокому теоретическому уровню в школьных учебниках приводит к глубокому внутреннему конфликту с понятностью обучения. А. П. Киселёв разрешил это противоречие путём смещения центра тяжести с высокого теоретического уровня на точность, простоту, наглядность и убедительность рассуждений для ученика, при этом не греша против научности.

Пристально рассматривая методические приёмы автора, можно поставить ему в упрёк нарушение принципа высокого теоретического уровня. Мы имеем в виду печально известный “принцип ВТУ”, десятилетиями упорно внедряемый в отечественной школе, причём крупными математиками. А. П. Киселёв сумел, не смущаясь этим, мастерски пожертвовать высоким теоретическим уровнем ради удобства для ученика.

В данной статье речь пойдёт об учебниках из серии “МГУ — школе”. Авторы учебников (С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин) следуют в русле классических методов, характерных для русской школы, придерживаясь Киселёвских принципов понятности, убедительности для ученика. Предмет излагается в той последовательности, в какой устроена математика, основываясь на её внутренней логике, на объективном строении математического знания, раздел за разделом, что позволяет избежать ненужных повторов, сделать изложение даже сложных вопросов простым и понятным для учащихся. Вместе с тем учитываются особенности возрастной психологии и возрастных ограничений [7-9].

Авторы являются сторонниками традиционного российского образования, нацеленного на формирование и развитие творческой личности. Они не поддерживают стремления формировать грамотного потребителя того, что создано на Западе, стремления не учить, а "развивать", "образовывать учащихся", оказывая им образовательные услуги.

Концепция, состоящая в примате развития над обучением, имеет давнюю историю. По меньшей мере, ещё немецкий педагог А. Н. Нимейр (1754–1828) разработал систему упражнений для развития способности мыслить. В России сторонником этой концепции был А. Г. Ободовский (1796–1852). "В дальнейшем эта концепция неоднократно возвращалась в массовую школу, не принося, однако, ей ощутимой пользы, а нередко принося ощутимый вред" [10, с.66].

Рассмотрим методические и научные принципы, заложенные в учебниках математики для 5-6 классов [7], алгебры для 7-9 классов [8], алгебры и начал математического анализа для 10-11 классов [9]. В данной статье остановимся на учебниках для 5-6 классов.

Методические принципы

Принцип 1. Математика едина и может быть изложена в одном учебнике для работы по разным программам.

Математика едина — это можно рассматривать с разных точек зрения, с точки зрения самой математики, её природы, строения, с точки зрения теории познания, с точки зрения философской теории познания. Не имея возможности касаться всех сторон этого непростого суждения, отметим, что математику делает единой то, что она, как никакая другая дисциплина, имеет единообразный метод исследования, единый предмет изучения, не может быть строго разделена на части: чистую и прикладную, хотя это и не означает тождества этих частей.

Знания, сообщаемые учащимся, располагаются в определённой системе и строгой последовательности. Система и последовательность не придумываются методистами, они основываются на объективном строении математического знания и вырабатываются длительной практикой обучения. В математических школах при МГУ многие годы ведётся обучение по учебникам, которые аккумулировали методику обучения за достаточно долгий период времени и предусматривают материал для разного уровня подготовки школьников.

Принцип 2. Содержание учебника должно соответствовать научной точке зрения на изучаемые вопросы.

Это очень трудновыполнимое, тонкое требование. Большинство здравомыслящих педагогов хорошо понимают, что строгое изложение математики научным способом в школе невозможно. Как верно сказал академик Л.Д.Кудрявцев, в основе должно лежать требование разумной строгости в духе А. П. Киселёва. Киселёв был в курсе научных достижений своего времени, его учебники отвечали научной точке зрения на математику, однако в своих учебниках он ни в коей мере не стремился к высокому теоретическому уровню.

"Предельная современная научность, как её в настоящий момент понимают математики, не может быть осуществлена в школьном курсе. Принцип ВТУ является вредным, оторванным от действительности, недостижимым, нереальным пожеланием" [3]. Строгая аксиоматическая научность требует применения таких средств, которые не могут быть поняты учащимися на каждой ступени школьного развития.

В учебниках серии "МГУ — школе", найдено педагогически грамотное оптимальное решение: не противореча научности, с научной чёткостью, но вместе с тем доступно, наглядно излагается материал в русле лучших классических учебников прошлого.

Научная сторона проявляется также и в том, что школьная математика - это определённая последовательность разделов, отвечающая её объективному строению. В основе последовательности лежит расширение понятия числового множества замкнутого относительно некоторых операций. Это известная последовательность вложенных одна в другую числовых множеств, которая обсуждается далее (принцип 10). Таким образом, в упорядочении разделов в учебнике математике, таким образом, явно прослеживается организующая роль теории. В теории чисел совокупность рассматриваемых операций задаёт и разделы: прямые операции сложения, умножения, возведения в натуральную степень не выводят за рамки натуральных чисел (множество натуральных чисел замкнуто относительно прямых операций). Прямые операции с делением дают множество дробных чисел (множество дробных чисел замкнуто относительно 4 операций). Прямые операции с вычитанием дают множество целых чисел. Если рассматривать прямые операции и деление с вычитанием, то это приводит к рациональным числам. Если ещё рассматривать и извлечение корня из положительного рационального числа, нахождение логарифма (или выполнение тригонометрического действия), то появляется раздел вещественных чисел. Извлечение корня или логарифма из отрицательного числа (или выполнение тригонометрической операции с отрицательным числом) приводит к множеству комплексных чисел. Все это хорошо известно, однако мало найдется учебников, где бы это учитывалось и использовалось бы в полной мере.

С точки зрения теории материал делится на разделы, в которых операции определяют природу раздела. Но в разделе можно рассматривать все семь операций. Так, вычитание изучают и в 1-м классе, а целые числа, порождаемые вычитанием, — только в 6-м классе. Деление изучают уже во 2-м классе, а дробные числа, порождаемые делением, — только в 5-м классе. В [9, 11] для начального знакомства с корнем и логарифмом используют множество натуральных чисел.

В учебниках серии “МГУ — школе” для 5-6-х классов числовые системы изучаются последовательно, они вложены друг в друга. В курсе алгебры (7-11-е классы) аналогично устроены изучаемые алгебраические системы, иерархия которых отвечает научной точке зрения и не может быть построена произвольно. Иерархию разделов проще всего построить дедуктивно (см. принцип 10). При этом в учебниках реализовано единство изучения теории и практики решения задач для каждого из разделов.

Принцип 3. Учебник должен сочетать в себе научность, экономность и логичность изложения материала с доступностью для учащихся его учебных текстов.

Требования научности и логичности с одной стороны (но не принцип ВТУ), простоты и наглядности — с другой, при изложении учебного материала взаимно противоречивы. В учебниках достигнута некоторая гармония этих требований. Правильное соотношение между научностью, точностью и доступностью есть один из самых важных критериев любого учебника математики. Тезис о простоте означает, прежде всего, простоту построения курса в целом (см. далее), при этом основное внимание уделяется главным принципиальным идеям, уделяется много внимания разъяснению основных понятий, навыкам действий, осмысленному решению задач, а дополнительный учебный материал (исторические сведения, олимпиадные задачи, занимательные задачи, задачи на смекалку [12]) играет подчинённую роль и выделен в дополнительные параграфы.

Учебник предполагает, в частности, недопустимость непосильных абстракций в обучении и несоответствующего детскому опыту языка преподавания. Язык объяснений и задач приспособлен к психологии учащихся. Изложение учебного материала соответствует уровню их знаний, развитию и возрастным особенностям. Это качество учебников не в последнюю очередь обеспечивается постоянной работой над ними с 1987 г. одного из их авторов — заслуженного учителя РФ А. В. Шевкина.

Принцип 4. Учебник не должен ограничиваться интересами “среднего” ученика, он должен удовлетворять интересам всех учащихся — от слабых до сильных, обеспечивать любой желаемый уровень глубины изучения материала.

Это достигается сочетанием линейного и концентричного построения всего курса. Содержание теоретического материала развивается внутри раздела линейно, уровень трудности в рамках любой темы нарастает линейно. Например, присутствуют простые задачи на освоение теории, задачи на новый изученный метод, потом на комбинирование нескольких методов. Дополнительные задачи повышенного уровня включены практически во все разделы учебника, решение уравнений, неравенств и систем в старших классах дополняется задачами с модулем, с параметром. Приводится система упражнений для повторения изученного (в теории и практике), что привносит элементы концентризма в изучение математики.

Концентризм также проявляется и в том, что изучение каждого следующего раздела повторяет темы предыдущего раздела, но на новом уровне. Этот концентризм в обучении часто называют “восхождением по спирали”. Все это позволяет даже слабым ученикам достигать высокого уровня усвоения учебного материала.

Сочетание линейности и концентричности в обучении обеспечивает систематичность обучения. Изучение нового раздела предваряет информация для повторения и закрепления ранее изученного. Новое не будет усваиваться, если предыдущий материал недостаточно освоен. Решая задачи, ученик не только осваивает новый материал, но и повторяет ранее пройдённый. Прочность знаний достигается постоянным повторением пройдённого материала. Повторение материала приводит к углублению, систематизации и обобщению знаний.

Надо отметить, что разложение целой части в отдельные разделы и каждого раздела на темы осуществляется анализом, а объединение в целое — с помощью синтеза (см. принцип 10). Поэтому сам способ построения обсуждаемых учебников естественным образом представляет единый аналитико-синтетический подход к написанию учебной книги с позиций *объективного строения* математического знания, что само по себе является глубинным положительным движущим мотивом при обучении.

Принцип 5. Учебник и способ изложения материала в нём должны быть пригодны для организации дифференцированного обучения и достижения разных целей по разным программам.

При массовом применении метода неизбежно встаёт вопрос о дифференциации обучения и задания в задачнике должны быть сгруппированы в последовательные группы. В первой содержатся стандартные обязательные задачи для всех учащихся, а во второй, следующей за ней группе представлены задачи, предназначенные для тех учащихся, которые проявляют интерес к математике, хорошо мотивированы на её изучение. К этим двум обязательным уровням добавляются ещё 3-4 уровня повышающейся сложности. Решая задачи, учащиеся неоднократно возвращаются к исходному, основополагающему теоретическому материалу, поднимаясь медленно к новым уровням.

В общеобразовательных школах, не ориентированных на повышенную математическую подготовку, дополнительный материал можно не рассматривать без потери в формировании правильной картины изучаемого. В школах и классах с углублённым изучением математики в программу включаются дополнительные теоретические вопросы, решаются дополнительные задачи, специально выделенные в учебниках. Применение одного учебника и для общеобразовательных школ, и для школ с повышенной подготовкой по математике даёт много преимуществ. Например, переход на более высокий уровень обучения не будет вызывать трудностей ни у учителей, ни у учащихся, так как на каждом из этих уровней изложение материала в учебниках строится по одной и той же схеме. Это позволяет учащимся повышать свой уровень математической подготовки самостоятельно, что способствует мотивации обучения и т.д. Учебник учит, как можно учиться самостоятельно, как можно самостоятельно добывать знания и осмысливать их. Это требование непосредственно связано с предыдущим четвертым принципом.

У учащихся 5-6-х классов ещё недостаточно развито абстрактное мышление, поэтому при введении новых понятий, идей в учебниках авторы идут от частного к общему, от известного в предыдущем разделе к новому в следующем разделе. Прежде чем сделать общий теоретический вывод, демонстрируется ряд примеров с конкретными условиями. Сложным задачам предшествует ряд более простых, комбинацией которых является эта сложная задача.

Принцип 6. В учебниках серии "МГУ-школе" уделяется много внимания вопросу "почему?", имеющему большой развивающий потенциал, который увязан с вопросом "как?"

Учебники позволяют интенсифицировать процесс обучения. Они полностью обеспечивают обучение тех школьников, которые хотят и могут обучаться основам наук, так как нацелены на формирование понятийного мышления. В учебниках имеются определения понятий, доказательства их свойств, причём в 5-6-х классах доказательства проводятся на конкретных числах, но так, чтобы при замене чисел буквами получилось общее доказательство; с 7-го класса формулируются и доказываются теоремы. Всё это делается авторами для развитии теоретического мышления, необходимого для сознательного усвоения школьных курсов математики и смежных дисциплин.

Изложение материала отличается продуманностью и взвешенностью, учитываются психолого-физиологические возможности учеников. Учебники действительно эффективные, потому что используются подходы, нацеленные на развитие логического, абстрактного мышления. Таким образом, они способствуют развитию личности учащегося совместно с другими науками, особенно с геометрией, физикой, химией, а также информатикой и началами программирования.

В учебниках серии "МГУ — школе" высокий научный и методический потенциал проявляется в том, что учебный материал располагается в естественной последовательности, соответствующей историческому процессу познания математических истин. Эта естественная последовательность позволяет излагать материал глубоко, экономно, сжато и строго. Последовательность разделов нацелена на получение фундаментальных знаний, на формирование твёрдых навыков, на обучение действовать осознанно.

Усвоение будет осознанным, если новые понятия будут появляться как развитие ранее изученных. Недопустимо формальное, механическое усвоение непонятых учеником знаний. Осознанному усвоению знаний способствует то, что в учебниках, как уже было отмечено, имеются следующие друг за другом разделы: натуральные числа, обыкновенные дроби, целые, десятичные дроби, рациональные, вещественные, комплексные. Темы, изученные в предыдущем разделе, появляются в следующем разделе на новом уровне. Идея появления нового раздела связана с расширением множества чисел для того, чтобы новое множество стало замкнутым относительно новой обратной операции. Таким образом, знания и навыки, приобретаемые учениками, будут появляться в определённой системе и строгой последовательности, что в работе [3] названо "принципом системности".

Принцип 7. Арифметика — фундамент всей школьной математики и смежных естественно-научных дисциплин.

Это основная, методически очень продуктивная, простая и ясная мысль, которая граничит с банальной истиной, но тем не менее о ней сейчас основательно забыли. Арифметика является первым примером построения теории. В ней есть определения, доказываются теоремы, но в соответствии с опытом младших школьников и возможностями восприятия слова "определение", "теорема" не используются. Например, признаки делимости чисел в 5-м классе доказываются на конкретных числах, а в старших классах доказываются как теоремы.

Следует отметить, что обучение школьников в рамках научно-обоснованной схемы изучения числовых систем как расширения множеств готовит их к изучению алгебраических систем, закладывает базовые знания, умения и навыки для всего последующего изучения алгебры, в процессе которого также происходит расширение рассматриваемых алгебраических множеств-записей.

Существенным содержанием курса математики в 5-6-х классах и способом развития мышления и речи учащихся является работа с текстовыми задачами. Процитируем: "Пока мы будем учить детей на русском языке — не только великом и могучем, но и достаточно трудном, пока мы хотим учить их сравнивать, выбирать наиболее простой путь достижения поставленной цели, пока мы не отказались от воспитания гибкости и критичности мышления, пока мы стараемся увязывать обучение математики с жизнью, нам будет трудно обойтись без текстовых задач — традиционного для отечественной методики средства обучения математике. В конце 60-х годов XX в. арифметические способы решения задач посчитали анахронизмом и перешли к раннему использованию уравнений. Качество школьного образования (не только математического) от этого только ухудшилось. Теперь уже многие учителя сами плохо представляют, что такое арифметические способы решения текстовых задач, какие возможности для развития языка и мышления школьников они не используют в своей работе" [13].

В учебниках серии "МГУ — школе" для 5-го класса даются основные сведения о натуральных числах и нуле, приводится множество текстовых задач, повторяются и систематизируются сведения о натуральных числах, изучается тема "Делимость натуральных чисел". С самых первых уроков большое внимание уделяется обучению школьников решению текстовых задач арифметическими способами. В частности, рассматриваются задачи "на части", "на совместную работу" и т.п. В полном объёме изучаются обыкновенные дроби, большое внимание уделяется законам арифметических действий и их применению для упрощения вычислений. После каждой из четырёх глав имеются дополнения, содержащие исторические сведения и занимательные задачи, например, предполагающие вычисления с помощью калькулятора, задачи о многоугольниках, использование чётности при решении задач, сложные задачи на движение по реке.

В 5-м классе нет десятичных дробей, которые важны для практической жизни. Дело в том, что в учебник заложено требование формирования у учащихся достаточно полных умений, относящегося к каждому из разделов. В 5-м классе изучаются разделы — натуральные числа и обыкновенные дроби, составляющие основу всей математики. Их надо изучить основательно, чтобы в 6-м классе не прибегать к изнурительному повторению плохо осмысленных знаний в области обыкновенных и десятичных дробей.

Изучение разделов в достаточно полном объёме и довольно глубоко — это очень *важный принцип* и с философской точки зрения, и с точки зрения теории познания, в которых анализ и синтез рассматриваются как процессы мысленного или фактического разложения целого на существенные составные части и воссоединение целого из частей. Понятно, что если части недостаточно изучены и плохо осмыслены, то и прочное их соединение невозможно.

В 6-м классе для повторения натуральных чисел и дробей сначала изучаются отношения, пропорции, проценты, масштаб, а затем целые числа, на которых проще освоить идею знака числа, определить знак результата действия над числами. Лишь после этого вводятся дроби произвольного знака, т.е. раздел "Рациональные числа", при изучении которых существенно используются знания по темам "Обыкновенные дроби" и "Целые числа". Если предыдущие разделы освоены хорошо, то проблема сводится к освоению особенностей использования знаков в действиях с обыкновенными дробями.

Таким образом оказывается изученным множество всех рациональных чисел. Осталось освоить только действия с некоторыми из них, записанными в виде десятичных дробей. Сначала изучаются положительные десятичные дроби, потом десятичные дроби произвольного знака и встаёт естественный вопрос о переходе от одного способа записи рационального числа к другому — от десятичной дроби к обыкновенной и обратно. Это приводит к понятию бесконечной десятичной периодической дроби и обучению перехода от бесконечной периодической дроби к обыкновенной в простых случаях.

У учащихся естественно возникает вопрос о существовании непериодических дробей, они оказываются хорошо подготовленными к тому, что такие дроби существуют, что действия с ними выполняют приближённо. Так появляются иррациональные числа, дополняющие множество всех рациональных чисел до множества всех действительных чисел. Числовая система, необходимая для обучения в основной школе оказывается изученной к концу 6-го класса.

Итак имеются разделы:
натуральных чисел — **N**;
дробных чисел — **D**;
целых чисел — **Z**;
рациональных чисел — **Q**;
дробных десятичных чисел — $\mathbf{D_{10}}$;
действительных чисел — **R**.

Хотя десятичные дроби — это просто частный случай обыкновенных дробей (подраздел), но раздел D_{10} отодвинут и стоит перед разделом вещественных чисел, поскольку тесно связан с непериодическими дробями. Так естественным образом подготавливается почва для раздела вещественных чисел.

Изучение раздела комплексных чисел **C** отодвинуто на 8-11-е классы.

Принцип 8. Текстовые задачи — это ядро математического образования. Для глубокого понимания математики текстовые задачи необходимо решать постоянно в течение всего срока обучения — с 1-го по 11-й класс.

Систематическое решение текстовых задач, точнее, *классической системы типовых текстовых задач*, служит развитию логического, абстрактного мышления. Однако именно этого не хватает мировой педагогике. Решение системы текстовых задач может быть поставлено в качестве первого и самого верного способа развить мышление и речь учащихся, заинтересовать предметом. Это важнейший инструмент обучения и воспитания склонности к естественно-научным дисциплинам, преподавание которых немыслимо иначе как на текстовых задачах (геометрия, физика, химия).

Почему физики, химики ничего не выдумывают и учат с помощью текстовых задач и теории? Почему *только математики* позволяют себе бесперспективную деятельность, изобретая нежизнеспособные, малопродуманные, не проверенные практикой, отвергнутые историей методики обучения?

Многие современные учебники строятся на так называемых теории деятельности и теории развития, разработанных П. Я. Гальпериным и Л. С. Выготским. Не углубляясь в подробный разбор этих теорий, отметим некоторые их слабые стороны. Постулируется такое построение учебной деятельности, при котором на основе внешних предметных действий, организованных по определённым правилам (5 этапов), формируются знания, навыки, умения. Однако обеспечить все эти пять этапов в учебниках трудно, даже невозможно обеспечить и фактически дело сводится к самостоятельной деятельности учащихся с трудным, преждевременным по возрасту, непосильным для них практическим материалом, да он и не объясняется должным образом. При этом деятельность с теорией не предусматривается (вернее, предполагается, что теоретические знания возникнут в процессе деятельности, но это, конечно, не так), поэтому и цель постепенного преобразования материального действия в "идеальное", не достигается. Слабыми сторонами теории являются: 1) существенно ограничены возможности усвоения теоретических знаний; 2) сложна разработка методически полного обеспечения 5-этапного алгоритма операций; 3) у обучающихся формируются стереотипные мыслительные и моторные действия в ущерб развитию творческого потенциала.

Классическая педагогика, основанная на понимании, тоже придаёт важное значение понятию "деятельности", однако рассматривает ее только как часть в системе процессов, через которые происходит обучение. Кроме деятельности классические подходы к обучению уделяют большое внимание и таким психическим процессам как восприятие, память, мышление, речь, которые, разумеется, протекают в деятельности по освоению знаний, теории, методов решения задач, отработки теоретических и практических навыков, причем большая роль принадлежит деятельности при переходе навыков в автоматизированные умения.

Стало модным использовать теорию развития, в основе которой лежат работы Л. С. Выготского. Сторонники этой теории применяют наиболее общие категории в специальной психологии

— “развитие”, “зоны ближайшего и актуального развития”. На основании данной теории делаются следующие вывоДЫ: 1) обучение и развитие — два тождественных процесса; 2)шаг в обучении соответствует шагу в развитии; 3)ребёнок развит настолько, насколько обучен. Выводы достаточно очевидны, но это не те фундаментальные принципы (стоит сравнить с принципами 1-10 в данной статье) и не та платформа, на которых могли бы строиться эффективные методики обучения.

В современных учебниках слово “обучение” заменено словом “развитие” и методы обучения приняли неестественные формы. Опять же почему-то считается, что ребёнок сам может добывать теоретические и практические знания, самостоятельно справиться с трудным не по возрасту материалом и сделать потом общие теоретические выводы. На наш взгляд, происходит это потому, что, кажется, совершенно не осознаётся тот факт, что на основе общих категорий невозможно строить конкретные методики обучения. Это все равно, что физики бы пытались строить физические теории на основе общей категории материи. В основе любых физических теорий лежат понятия более конкретные, поддающиеся качественной оценке и количественному измерению: вещество, поле, масса, энергия и т.п. Так же точно и с точки зрения классической педагогики “развитие” есть общая категория, носящая мировоззренческий характер, которую она не отрицает, отождествляет с обучением, но методики строятся на более чётких, более конкретных понятиях.

Процитируем ещё раз И. П. Костенко: “Зона понимания трактуется как новая порция (тема, раздел) учебного материала, к которой можно от **“известной порции” понятно для учащегося перейти к “неизвестной”**. Если угодно, то это и есть зона развития, но совершенно ни к чему так понимать дело. “Развитие” нельзя оценить, нет критериев (материю тоже никак нельзя количественно измерить, ни качественно оценить, эта философская категория носит мировоззренческий характер), тогда как “понимание” поддаётся чёткой качественной и количественной оценке с разных сторон”.

Используя *разделы*, строго следующие один за другим и состоящие из приблизительно одних и тех же тем, легко оценить, где зона “известного” и где ближайшие зоны “неизвестного”, к которым можно перейти, понятно для ученика. Ясно, что эти траектории в пространстве разделов и тем могут быть разными, однако переход к новому разделу, если недостаточно освоен предыдущий, — грубая педагогическая ошибка, и тем не менее она встречается во всех современных учебниках.

В учебниках “МГУ-школе” предусматривается теоретическая деятельность по изучению теории и практическая деятельность по решению текстовых задач. Имеются два пособия для 5-6-х классов [14] и 7-11-х классов [15], содержащих текстовые задачи, подготовленные одним из авторов учебников. Как и в физике, эти сборники задач по математике содержат только текстовые задачи. У физиков наблюдается правильная постановка дела. Учебники физики и задачники — это разные книги, в одной книге эти две стороны не смешиваются. И только учебники А. Г. Мордковича имеют раздельные книги: учебник и задачник.

Текстовые задачи в учебниках серии “МГУ — школе” занимают центральное место. Именно решение текстовых задач вызывают интерес и положительные эмоции в наибольшей степени, чем любая другая деятельность. Это установлено в течение многих столетий и объясняется тем, что для решения текстовых задач необходимо задействовать мышление: понять постановку задачи, найти путь от неизвестных данных, к конечному ответу. Если надо, то рассматривают промежуточные задачи (это анализ), затем реализуют найденную идею решения (синтез), затем решение проверяют и оценивают критически. Требуется оценить, нет ли более экономного или красивого решения. Мышление используется в полной мере, развивается речь и логика. В процессе решения текстовой задачи приходится вспомнить аналогичные задачи и методы, высказать предположения, правдоподобные суждения. Попутно оцениваются правдоподобность результата, размерности величин. Каждая текстовая задача может быть развита в разных направлениях: изменить данные, комбинировать условия, самостоятельно составить задачу. При этом развивается мышление и, если угодно, осуществляется *общее развитие.* Навыки и умения формируются только в практической деятельности. Даже слабые ученики испытывают глубокие эмоции и проявляют особый интерес к оригинальным, занимательным задачам, задачам на смекалку [12]. Известно, что навыки, умения и привычки возникают успешнее вследствие глубокого эмоционального переживания. Не будет ли правильным в учебнике сосредоточить все текстовые задачи в отдельную главу для ежедневного, систематического решения (или даже иметь отдельную учебную книгу — текстовые задачи с методами решений)?

Текстовые задачи и в начальной школе образуют ядро образования, и авторы О. В. Узорова и Е. А. Нефёдова представляют набор выверенных типовых задач, упорядоченных по темам [16], вместе с работами [14, 15] они образуют единую преемственную цепочку. Отразим суть мировоззрения О. В. Узоровой её словами: "Прежде всего, видно, что в современных учебниках, решению текстовых задач отводится отнюдь не первичная роль, их решению уделяется недостаточное внимание. Например, текстовые задачи начинают давать только в конце первого класса, недостаточно объясняются методы решения различных типовых задач и связь методов решения с основными понятиями арифметики, тогда как именно текстовые задачи имеют большой *развивающий* потенциал. Они действительно развивают у детей много всего, в том числе и умение видеть причинно-следственные связи, умение выделить главное, произвести свой пусть маленький, но первый синтез и анализ. До сих пор встречается критика того, когда задачи даются по темам, по видам и типам. По мнению критикующих, надо давать просто задачи и некий общий тип решения. Для начальной школы это губительно. Вся отработка отдельных "кирпичиков" просто потом ложится на плечи родителей. Люди, которые ни дня не проработали в начальной школе, не сделали ни одного выпуска, пишут учебники, не прислушиваясь к учителям-практикам. Я учитель-практик с большим стажем. На уроке математики стоит заниматься математикой (чтобы успеть вложить в голову необходимые математические знания), а не массой мета-предметных связей, трудными логическими, "развивающими" задачами и пр. Получается, что на уроках математики большую часть времени предлагается красиво обсуждать неземные проблемы, а земные проблемы (научить решать текстовые задачи) — снова ложатся на плечи родителей".

На ранней стадии обучения сначала используются арифметические способы решения. Если задачи подобраны соответственно возрастным возможностям учащихся, то работа с ними способствует развитию их мышления и речи. Учащиеся это чувствуют, начинают осознавать, и в конечном счёте все это значительно повышает эффективность обучения, что вызывает эмоциональный интерес к процессу обучения, вызывает положительные глубокие эмоции при успешном преодолении трудностей. На наш взгляд, одна из главных задач начальной школы —-формировать именно привычку к успешной деятельности, эмоционально положительно окрашенной, а не давать ранние и трудные знания по предмету. Сложные теоретические знания придут позже, легче и проще, после формирования умелой деятельности по решению текстовых задач.

Простые традиционные текстовые задачи необходимы для массового математического образования. Их главная функция — служить начальному развитию логического, абстрактного мышления, а не прилагаться к практике в буквальном смысле, хотя и практическая сторона в текстовых задачах проявляется наиболее выпукло.

Многие европейские и американские педагоги полагают, что надо решать практические задачи из жизненной практики, которые буквально применимы к жизненным ситуациям. Но в русской школе, в российском образовании всегда стремились дать фундаментальные знания, а не знания потребителя для практического утилитарного использования. Авторы учебников серии "МГУ — школе" не следуют в русле этих западных, прагматических, но неприемлемых для фундаментального образования воззрений. Текстовые задачи и методы их решения — это то главное, центральное звено, ухватившись за которое можно вытащить *всю цепь*.

Принцип 9. Решение текстовых задач должно быть тесно увязано с теорией изучения текстовых учебных материалов, освоением методик решения задач.

Второе по важности звено это теория разделов: определения, правила, законы, алгоритмы, теоремы, способы, методы, подходы. Что такое *понимание* предмета (математики, геометрии, физики, химии)? В первую очередь это *умение* применить теорию к практическим текстовым задачам, что в геометрии, физике и химии совершенно очевидно. Умение правильно и уверенно применить общие теоретические знания к конкретной проблеме, отражённой в текстовой задаче, есть самое первое условие осмысленного понимания и осознания глубинной сути предмета.

Чтобы решить задачу, нужно осознать условия задачи, затем понять, к какой теме относится задача, какие теоретические сведения необходимы, вспомнить или найти нужные методы и формы приложения теории к данной задаче, выбрать самый эффективный способ, приводящий от исходных данных и условий задачи к ответу [17]. То есть по выражению знаменитого педагога Д. Пойя "совершить некоторое математическое открытие" [18].

Таким образом, мы видим, что в решении текстовой задачи, как в капле, отражается радуга переплетения теории и методической практики, чего не наблюдается при решении вычислительных задач, которыми заполнены без всякой меры страницы современных учебников математики. Однако понятна и важность решения вычислительных примеров, можно сказать, что они по значимости занимают третьестепенное место после теории и практики решения проблемных задач. Текстовые задачи пронизывают все разделы от 1-го до 16-го, и особенно натуральные числа, дробные числа, десятичные дроби, и как уже отмечалось, их следует решать постоянно.

Научные принципы

В курсе школьной математики "МГУ — школе" находят отражение основные идеи современной математики, хотя школьный курс никак не отождествляется с научным курсом математики. Определения, понятия, правила, теоремы формулируются доступно для сознания учащегося и в то же время не противоречат научной точке зрения.

Принцип 10. В учебниках выбрана схема изложения материала, отвечающая научным представлениям о расширении понятия числа.

Числовые системы изучаются в основном с 1-го по 7-й класс. Натуральные числа служат фундаментом всего математического образования, и изучение этого раздела продолжается и в старших классах, и даже входит в университетскую программу. Значимость этого раздела не ограничивается только арифметикой. На множестве натуральных чисел можно освоить не только сложение, умножение, возведение в натуральную степень, но и вычитание, деление, даже познакомиться с извлечением корня, логарифмированием, не прибегая к другим множествам чисел [11].

Авторы учебников из серии "МГУ — школе" придерживаются традиционного, фундаментального для российской школы от Л. Ф. Магницкого до А. П. Киселева и И. Г. Шевченко [19] последовательности изучения числовых систем. В учебниках прослеживается чёткая мысль о том, что каждое последующее множество целиком включает в себя предыдущее множество и в то же время является расширением предыдущего. Расширенное множество замкнуто относительно новой операции, её породившей.

Хорошо известна цепочка вложенных множеств (рис.1).

$$\begin{array}{ccccccccc} \mathbf{D} & & & & & & & & \\ \cup & & & & & & & & \\ \mathbf{N} & \subset & \mathbf{Z} & \subset & \mathbf{Q} & \subset & \mathbf{R} & \subset & \mathbf{C} \end{array}$$

Изображение иерархии числовых множеств с помощью знака вложения

Большим преимуществом подхода, принятого в учебниках, кроме формирования полных умений и навыков выполняемых действий на все более высоком уровне (в новом разделе), является также подготовка числовой базы для обучения в 7-м классе по курсам алгебры и геометрии, где, ещё не имея всех действительных чисел, принято рисовать непрерывные графики, доказывать тождества сокращённого умножения, а потом без всяких оговорок применять их в случаях $(3+\sqrt{2})^2$ и даже $(\vec{a}+\vec{b})^2$, говорить об измерении длин отрезков, обходя проблему их несоизмеримости.

Для более эффективного обучения в 7-9-х классах считается необходимым изучать материал крупными блоками, (разделами, в которых появляется новая операция, более полно и осмысленно. Это относиться и к старшим классам (см. заключение).

В 7-м классе кратко повторяется изученный в 5-6-х классах учебный материал, поскольку учащиеся могли ранее обучаться по другим учебникам. Ещё раз проходится материал до понятия действительного числа и правил приближенных вычислений (определение верных цифр результата очень важно для изучения физики и приближенных вычислений в математике). Далее изучаются одночлены, которые включают в себя уже изученные числа, потом — многочлены, включающие в себя одночлены, затем — алгебраические дроби, рациональные выражения, включающие в себя многочлены. Изучение алгебраических систем напоминает изучение числовых систем. Изучаемые множества вкладываются друг в друга, как матрёшки. Дробное выражение со знаменателем 1 эквивалентно целому выражению. По всему курсу учитель может вести повторение и систематизацию арифметических способов решения текстовых задач. Затем изучаются уравнения, системы уравнений, их применение к решению задач.

Практика показывает, что обучение математике крупными блоками (разделами), когда ученик надолго погружается в работу с однотипными объектами, позволяет заложить более прочные и осознанные знания, сформировать более полные и устойчивые умения и навыки, которые также не требуют большого учебного времени для их поддержания. Что же касается интересности предмета, то это никак не связано с частотой переключения с одного типа объекта на другой, с одного раздела на другой, когда внимание рассеивается. Интересность для учащихся в другом — в более полном овладении изучаемыми объектами одного *раздела*, а переключение осуществляются в решении текстовых задач, задач олимпиадного уровня, задач из ОГЭ и ЕГЭ.

Фундаментальность и предметность обучения, традиционно присущее российской педагогике, наилучшим образом сочетается с подачей материала крупными блоками (разделами), когда имеется тесная связь-включение между крупными блоками (см. рисунок). Эта основа для получения хороших результатов обучения в настоящее время максимально подорвана. Сначала уменьшилось учебное время на изучение математики, потом появилась система ложных ориентиров — стали преуменьшать значение знаний, умений и навыков, развития памяти, начали говорить о необходимости формирования компетентностей, о которых все равно приходится говорить в терминах “знания”, “навыки”, “умения”. Введена система итоговых испытаний, отвлекающая учителя и учащихся от основательного фундаментального изучения предмета, подменяющая её более простой целью — научиться решать небольшой набор типовых задач. Однако большие затраты времени на подготовку к этим испытаниям всё равно дают разгромные результаты — именно потому, что надежда добиться приличных результатов обучения без опоры на фундаментальность обучения является не более чем иллюзией.

Без правильного представления об устройстве математических объектов, входящих в разделы, знаний об их свойствах, способах их преобразования, правильного использования процесс обучения математике в средней школе стал менее эффективным. Надо ли говорить, что выпускники средней школы стали получать более слабую подготовку и оказываются неподготовленными к основательному изучению курсов математики в старшей школе и, как следствие, не готовыми к обучению в вузе.

В учебнике из серии “МГУ — школе” представлен материал в некотором избытке, для того чтобы каждый раздел мог быть усвоен до вполне достаточной разумной глубины. Совсем не обязательно каждый раздел изучать во всем объёме, на это просто нет времени. Но стремиться к этому надо. Чем полнее изучен предыдущий раздел, тем быстрее возрастает инерция движения, набирает скорость усвоения последующего материала, тем легче работает, пусть даже бессознательно, действительная самодвижущая причина разворачивания разделов в курс школьной математики.

Обеспечить прочные знания по предмету (по математике, геометрии, физике, истории и др.) можно только при условии разумно организованного систематического повторения теоретического учебного материала и практического решения задач. Повторение должно быть организовано циклично. Должно присутствовать простое повторение как повторное решение тех же самых задач из предыдущих разделов (линейное обратное повторение). Однако способ изучения материала, раздел за разделом, автоматически предписывает повторение по нарастающей сложности решения задач, в процессе которого учащиеся будут постоянно возвращаться к ранее изученным темам, но на новых уровнях сложности ("повторение по спирали", "восхождение по спирали"). Предусмотрено нарастание сложности задачного материала с учётом законов развития мышления детей и их психологического состояния на протяжении всего учебного года и всех лет обучения. Сокращается время на усвоение одного раздела, потому что происходит систематическое повторение предыдущего материала, который целиком входит в каждый новый раздел.

Такая последовательность изложения не противоречит, и даже можно сказать, как нельзя лучше подходит для сочетания с другими типами изложения: индуктивным, генетическим, дедуктивным, но мы не будем подробно останавливаться на этой, прямо не относящейся к учебникам из серии "МГУ — школе", стороне, хотя она очень важна. Отметим только, что фактически последовательность разделов предопределяет не только индуктивное, но и генетическое изложение, поскольку оно показывает понятие в развитии, учащийся видит как, начиная с понятия натурального числа, оно по мере перехода к другим разделам видоизменяется, знания пополняются другими понятиями числа: дробного, целого, рационального, действительного (иррационального), комплексного. Понимая, почему это происходит, и наблюдая понятие в развитии (отрицание отрицания), учащийся, пусть неосознанно, воспринимает диалектичность математики и связанную с ней диалектичность методики изложения.

Точно так же эта последовательность разделов и тем в разделах наглядно показывает, если уж угодно, "зоны ближайшего развития", к которым можно понятным образом перейти. Перепрыгнуть через раздел почти всегда невозможно без потери понимания, а через тему будут изъяны в понимании. Так, в современных учебниках мало уделяется внимания тождественным преобразованиям, что сказывается на умении решать уравнения и неравенства.

Школьные учебники должны строиться на фундаментальных, а не на второстепенных принципах. Например, деление на разделы, отвечающее научной точке зрения на современную математику, есть фундаментальный принцип, тогда как обучение быстрым "темпом", (а может, иногда, надо медленным) или "развивающее" обучение, подходы, основанные на узко-направленных "деятельностных" методах, относятся к педагогическим принципам, которые, конечно, следует принимать во внимание и использовать, но это не фундаментальные, а второстепенные принципы, на них не могут быть построены эффективные учебники.

Последовательность разделов математики диктуется осуществлением логической (аристотелевской) дедуктивной операции — дихотомией понятия. Все записи делим на тригонометрические и нетригонометрические (нет до сих пор названия этому множеству); нетригонометрические делим на логарифмические и нелогарифмические (и здесь нет названия); нелогарифмические — на показательные и алгебраические; алгебраические — на рациональные и иррациональные; рациональные — на дробно-рациональные и целые рациональные; целые делятся на многочлены и одночлены; многочлены — имеют два важных для школы подмножества: записи 1-й степени и записи 2-й степени; одночлены — на вещественные числа и собственно одночлены (одночлены, в которых более 1 множителя); вещественные — на рациональные и иррациональные; рациональные — на целые и собственно рациональные (знаменатель не равен 1); целые — на натуральные и неположительные целые.

Понятно, что в школьном курсе движение должно идти обратным индуктивным ходом [20], что и делается в обсуждаемых учебниках. В основе, фундаменте всего курса лежат натуральные числа, изучаемые с 1-го по 11-й класс и в в вузе. На этом фундаменте строятся все остальные разделы. В предисловии В. Садовничего, предваряющем каждый учебник серии “МГУ-школе”, подчеркивается, что освоение знаний Науки подобно возведению здания: невозможно построить следующий этаж, не построив предыдущего. Это в высшей степени относится к математике, которая как никакая другая наука похожа на здание и имеет трёхмерное строение. Объективно математика состоит из перечисленных разделов (“этажи”). Разделы в свою очередь состоят из тем (“квартиры”). Задачи, примеры в какой-то теме каждого раздела могут варьироваться по трудности (“комнаты”). Мы имеем как бы три координаты, образно говоря, параллелепипед (здание) математики. Однако, важно то, что высота каждого раздела разная, поэтому следующий образ дополняет предыдущий. Математика — это лестница, и каждая ступень есть некоторый раздел математики. Перепрыгнуть через одну ступень лестницы, не освоив её на достаточном уровне, и перейти к более высоким ступеням не удаётся без потери понимания.

Обратимся к соотношению, в котором состоит объективное строение математического знания с её разделами и той удивительно эффективной педагогической системой, созданной нашим соотечественником В. Ф. Шаталовым. Здесь мы можем высказать только самые общие суждения, основываясь на кратком изложении механизмов системы Шаталова в труде С. Н. Виноградова [21], хотя эта система изложена полно самим В. Ф. Шаталовым в его многочисленных трудах.

Эффективность системы В. Ф. Шаталова основывается на последних 50-летних достижениях психолингвистики (науки о психологических и лингвистических аспектах речевой деятельности), которая доказала, что абстрактное мышление, речь (2-я сигнальная система) функционируют в тесном взаимодействии с непосредственным восприятием через органы чувств, и прежде всего зрительным восприятием, образным мышлением (1-я сигнальная система) и не могут функционировать иначе. Это *взаимодействие* ответственно за кодирование и раскодирование знаний, процессы прогнозирования в свободной речи, генерирующей текстовые высказывания, за процессы обучения, процессы анализа и синтеза при обучении и в конечном итоге за процессы *понимания* (и в значительной мере уровень творческого потенциала). с давних времён эта проблема познания с философской точки зрения обозначается как первичный переход от конкретного к абстрактному, а затем обратное восхождение от абстрактного к конкретному. При этом важно, чтобы при обучении дисциплинам достигалась *цельная картина*, каждая *часть* была обозрима с первых шагов обучения [21].

В картине все части тесно связаны в единый монолит. Это касается любых дисциплин. В математике это разделы, законченные фрагменты, из которых восстанавливается неотъемлемое свойство образа целого [21]. Разделы прочно связаны и упорядочены, их логическая последовательность устанавливается единственным образом. Это образ двух таблиц: числовые системы и алгебраические системы и состоят из 6 + 10 разделов. Будучи образом и кодировкой математического знания, они позволяют легко прогнозировать и сам процесс обучения, “быстро выращивать кристаллы знаний и придать им прочность. ... Дело в том, что без зрительной кодировки, обучающая информация вообще не усваивается” [21]. Две таблицы объективного строения математического знания со столбцами-разделами, вполне удовлетворительно разрешают противоречие *части* и *целого* при восприятии учебного материала, что собственно и обеспечивает процесс понимания.

Сложность диалектики части и целого есть одна из основных сложностей при обучении [21]: “Диалектика части и целого порождает много методических проблем, среди которых, пожалуй, самая серьёзная — определение границ относительной самостоятельности и целостности разделов любого курса, выделение тем, элементов, для понимания целого и их смысловая субординация” [21]. С этим, очевидно, надо согласиться. Так вот, объективное строение математического знания, которая заложена в учебники из серии “МГУ — школе”, вполне определённо и однозначно решает эту проблему, причём автоматически. Удивительно то, что до сих пор авторы современных учебников не уделяют этому обстоятельству должного внимания. Дальнейшее, более детальное обсуждение возможно и необходимо, но отложим его до второй статьи.

Однако требование строгого последовательного изучения разделов нельзя понимать буквально. Современного научного понимания теории числа в школе (хотя бы из-за возрастных ограничений) невозможно добиться, и авторы учебников не стремятся к этому. По мере обучения в школе, вузе нередко приходится переосознавать и переосмысливать заново уже пройдённые разделы, даже переучивать с позиций новых открывшихся горизонтов. Это закономерно и неизбежно. Добиваться изначально исчерпывающего научного понимания у школьников природы числовых систем при последовательном изучении разделов было бы абсурдно. Авторы учебников методично, с учётом возрастных особенностей решают проблему научности, методической основательности и психологической оправданности, применяемых взаимно противоречивых 10 принципов, стремясь к выполнению главных принципов понятности, убедительности, психологической оправданности для ученика.

Заключение

Человечество вступило в третье тысячелетие, в век информации в условиях катастрофического падения уровня общего образования, особенно математического. Математическое образование, не только отечественное, за последние 100 лет пережило несколько губительных реформ: внедрение принципа ВТУ, теоретико-множественную реформу, демократическую реформу, реформу компьютеризации и др. [10]. Самые характерные отрицательные черты всех этих реформ заключаются в абсолютном пренебрежении к психологическим возможностям ученика, игнорировании данных психологической и психико-лингвистических наук об обучении при построении учебника и разработке методики преподавания. Более того, даже твёрдо установленные общие выводы теории познания о диалектике “целого” и “части”, первичного перехода от “созерцательной конкретности знания” к “абстрактному знанию” полностью игнорируются. В учебниках нет ученика, нет *главного* принципа: учебник должен быть в рамках психологических возможностей учащегося к обучению и строиться по законам наук: психологии, теории познания, диалектики. Он должен быть *понятным.*

Известный, *педагогически оправданный*, методически безупречный учебник А. П. Киселёва, учитывающий (но не полностью с точки зрения новых современных данных психолингвистики) специфику первичного перехода конкретного, созерцательного знания в абстрактное знание и наоборот, действовавший с начала и до конца 60-х гг. (свою методическую ценность он сохраняет и по сей день), не может быть использован, хотя бы потому, что не отражает нового расширившегося содержания учебного материала, появившегося за последние 50–60 лет. Сегодняшняя проблема создания эффективного учебника и способа обучения, в свете высказанных в статье положений, состоит в приведении формы изложения учебного материала (по типу киселёвского с элементами достижений психолингвистики) в соответствие с расширившимся содержанием. По нашему мнению, ближе всего к решению этой проблемы приблизились авторы учебников “МГУ — школе”.

В планируемой следующей работе предполагается обсудить применение этих принципов к “Алгебраическим системам”, в которые входят разделы: одночлены, многочлены (1-й, 2-й степени, и более высоких степеней), раздел дробно-рациональных выражений, алгебраических, показательных, логарифмических, тригонометрических. Центральными являются темы: тождества, функции, уравнения, неравенства, возможно, осложнённые модулем и параметром. В разделах также могут рассматриваться операции взятия предела, дифференцирования и интегрирования. Особое внимание планируется уделить реализации принципов в бумажных учебниках из серии “МГУ-школе” [8, 9] и других учебниках, а также возможностям, которые предоставляют информационные технологии для безусловного, последовательно-исчерпывающего применения принципов в электронном учебнике.

В настоящее время существует тенденция к решению проблемы в духе деления на разделы. В работе [22] чётко проводится деление на разделы, в [11] это стремление тоже просматривается, но осуществляется не до конца последовательно.

В данной статье показано, что в основе создания учебника лежат 10 принципов. Наиболее важными принципами создания эффективного учебника являются: 1) деление учебного материала на разделы (большие блоки с однотипными объектами), последовательно вложенные друг в друга; 2) преимущественное линейное освоение разделов; 3) акцентирование в процессе обучения на текстовых задачах (в "Алгебраических системах" ещё и на функциональной линии); 4) использование базы данных, наработанной за 50 лет.

В рамках иерархии разделов две линии: текстовые задачи и функции — должны бы, очевидно, присутствовать с предельно возможной последовательностью и увязаны с тождественными преобразованиями, с одной стороны, и уравнениями, неравенствами — с другой. Причины этого, а также роль теории будут обсуждаться более подробно во второй статье.

Можно констатировать наличие необходимых предпосылок создания эффективного учебника на указанных принципах. Безусловно также, что информационные технологии позволяют решить проблему электронного учебника-справочника, опираясь именно на эти принципы, что в бумажном варианте учебника, ориентированного только на поурочно-классное ведение занятий, сделать трудно, если и вовсе невозможно.

Единый электронный учебник имеет ряд неоспоримых достоинств. Отпадает необходимость в компоновке учебного материала. Стоит вспомнить, что непрерывные реформы школьного образования за последние 40 лет по сути выражаются в перестановке разделов, тем внутри разделов, в изменении количества часов, в применении разных подходов и т.д. (касаются методической стороны), но не касаются и не могут касаться существа дела, просто потому что все теории школьного учебного материала давно завершили своё развитие с научной точки зрения (принцип 2). Электронный учебник состоит из разделов, расположенных в строгой последовательности и тем внутри раздела, тоже в твёрдой последовательности. Электронный учебник-справочник может создаваться, совершенствоваться по частям, причём постоянно совершенствоваться будет исходный вариант, добиваясь выполнения принципов 3, 6 (а не начинать каждый раз создание новых бумажных учебников почти с нуля), Причём с помощью гиперссылок легко обеспечить уровни трудности в каждой теме и таким образом легко получается трёхмерное строение электронного учебника, чего никак нельзя добиться в бумажном варианте при его линейном строении. Это избавляет от необходимости создавать для каждого уровня трудности свой отдельный учебник. Так что легко обеспечивается выполнение принципов 1, 2, 4, 5, 7.

Если разделы следуют один за другим, то главные темы образуют методические линии. В числовых системах: основные понятия раздела, действия, текстовые задачи, вычисления выражений, последовательности, простейшие функции. Первые два раздела (натуральных чисел и обыкновенных дробей) изучаются в 1-4-х классах. Для начальной школы особенно важны принципы 4, 7, 8 и особенная психология восприятия учебного материала школьниками младших классов. Как известно, наглядность, предметность, простота учебного материала, киселёвский тип изложения составляют непременное условие качественного учебника, но, к сожалению, сейчас про это не вспоминают, ставя нереальные, недостижимые, фантастические с точки зрения психологии обучения, цели, "развивать" учеников, "учить их жизни", вместо того, чтобы разумно организовать процесс обучения, сообразуясь с объективными данными, которые предоставляет возрастная медицинская, психолингвистическая науки.

В алгебраических системах, во всех разделах, присутствуют темы: тождественные преобразования, функция (функциональная линия), уравнения, неравенства, текстовые задачи, модуль, параметр, дифференцирование, интегрирование. Наряду с текстовыми задачами функциональная линия — это тоже важнейшая линия, которая реализуется в учебниках А. Г. Мордковича. Это прямые линии, состоящие из одних и тех же тем в разных разделах, простирающиеся слева направо в двумерной таблице. Все это при помощи современных информационных технологий осуществимо весьма эффектно и рационально. Учебник кроме текстов может включать аудио и видео записи с уроками, методическими разработками и т.п. На наш взгляд, также возможна связка электронной книги и электронного учебника-справочника посредством беспроводных каналов передачи информации. Следующим более отдалённым этапом может стать подключение электронной экспертной системы для контроля знаний и выдачи методических рекомендаций по созданию индивидуальной обучающей траектории в пространстве трёхмерного строения математического знания. Экспертная система впитает в себя эффективные обучающие методики прошлого и настоящего. Кроме того, сама экспертная система может быть сделана самообучающейся благодаря многотысячному опыту реального применения. Её эффективность как *учителя* становится неограниченной и может достичь недостижимой для человека уровня. Подобно тому, как человек-чемпион мира по шахматам уже не может соперничать с компьютерной самообучающейся экспертной системой. Не говоря уже о том, что человечество стоит на пороге создания говорящих роботов, "понимающих" человеческую речь. Новые методы создания искусственного интеллекта моделируются на основе принципов функционирования человеческого мозга (нейронные сети), в котором информация обрабатывается послойно (в данном контексте — по разделам), а связи между этими слоями укрепляются на основе того, что стало известно (*принцип понимания*). Во второй статье более подробно будет обсуждаться эта тема.

Автор статьи благодарит авторов учебников "МГУ — школе" М. К. Потапова и А. В. Шевкина за предоставленный материал, прочтение рукописи и сделанные замечания и суждения. Особая признательность И. П. Костенко за ряд ценных критических замечаний, послуживших улучшению статьи. С. Е. Рукшина за многие созвучные со статьёй замечания и идей возможности применения этих принципов для подготовки олимпийского резерва Российской Федерации. С. Н. Виноградова и В. Ф. Шаталова за обсуждение проблемы диалектики "части" и "целого" в процессе обучения. О. В. Узорову за обсуждение фундаментальной значимости решения текстовых задач при обучении в начальной школе. Г. К. Муравина и Л. Г. Петерсон за обсуждение альтернативных точек зрения. Декана факультета математики и компьютерных наук КубГУ С. П. Грушевского за многолетнюю дружбу, постоянное внимание к работе и предоставление возможности применения изложенной концепции, в разнообразных формах, на факультете математики и компьютерных наук КубГУ.

Тем не менее, ответственность за все возможные допущенные фактические неточности целиком лежат на авторе статьи.

Список литературы

1. Российская газета [Электронный ресурс] // Распоряжение Правительства Российской Федерации от 24 декабря 2013 г. N 2506-р г. Москва. URL: http://www.rg.ru/2013/12/27/matematika-site-dok.html (дата обращения: 25.07.2016).

2. Математическое образование вчера, сегодня, завтра:.[Электронный ресурс] // Пока ещё не слишком поздно. URL: http://www.ug.ru/download/2008/glenn.pdf (дата обращения: 25.07.2016).

3. Костенко И.П. Проблема качества математического образования в свете исторической ретроспективы. - М: РГУПС, 2013.

4. Math for America [Электронный ресурс] //Our model. URL: http://www.mathforamerica.org/our-model (дата обращения: 25.07.2016).

5. Berkelay Math Circle [Электронный ресурс] // Circle Archives. URL: http:mathcircle.berkeley.edu/index.php?options=bmc—bmcarchives—Circle Archives. (дата обращения: 25.07.2016).

6. BOING [Электронный ресурс] //Благотворительные программы. URL: http://www.boeing.ru/Boeing (дата обращения: 25.07.2016).

7. Математика. 5 (6) класс : учебник для общеобразовательных организаций с приложением на электронном носителе / [Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В.]. - М.: Просвещение, 2016. - (МГУ-школе).

8. Алгебра. 7 (8, 9) класс : учебник для общеобразовательных организаций / [Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В.]. - М.: Просвещение, 2014. - (МГУ-школе).

9. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 (11) класс : учебник для общеобразовательных организаций / [Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В.]. - М.: Просвещение, 2014. - (МГУ-школе).

10. Колягин Ю.М. Русская школа и математическое образование. - М.: Просвещение, 2012.

11. Колягин Ю.М., Ткачёва М.В., Федорова Н.Е., Шабунин М.И. Алгебра и начала анализа. - М.: Просвещение, 2016.

12. Шарыгин И.Ф., Шевкин А.В. Задачи на смекалку: 5-6 классы. - М.: Просвещение, 2015.

13. Педагогический университет 1 сентября [Электронный ресурс] //Текстовые задачи в школьном курсе математики (5-9-е классы). URL: http://edu.1september.ru/courses/11/2. (дата обращения: 25.07.2016).

14. Шевкин А.В. Текстовые задачи по математике: 5-6 классы. - М.: Илекса, 2011.

15. Шевкин А.В. Текстовые задачи: 7-11 классы. - М.: Илекса, 2015.

16. Узорова О.В., Нефёдова Е.А. 2500 задач по математике. 1-4 классы. - М.: Астрель. 2012; АСТ, 2016.

17. Пойя Д. Как решить задачу. - М.: Наука, 1959.

18. Пойя Д. Математическое открытие. - М.: Наука, 1970.

19. Шевченко И.Н. Арифметика. Учебник для 5 и 6 классов. - М.: Просвещение, 1965.

20. Лебедев К.А. Архитектура элементарной математики. - Краснодар. КубГУ. 2000.

21. Виноградов С.Н. Открытие Шаталова. - М.: Школа Шаталова, 2010.

22. Моденов В.П. Математка для школьников и абитуриентов. - М.: Институт компьютерных исследований, 2002.

Лебедев Константин Андреевич,
профессор кафедры “Вычислительная математика
и информатика” факультета математики
и компьютерных наук Кубанского
государственного университета, Краснодар,
доктор физ.-мат. наук.

Email: klebedev.ya@yandex.ru