**Эффективная подготовка будущих выпускников школ к решению заданий с параметрами ЕГЭ**

Учитель математики МАОУ

 «Академический лицей» города Магнитогорска

**Оглавление**

**Введение..................................................................................................................3**

§1 **Теоретические основы решений заданий с параметрами………………4**

1.1 Параметр. Особенности задач и заданий с параметрами ЕГЭ…….……….4

1.2. Методы решения заданий с параметрами…………………………………..5

1.2.1 Аналитические методы ………………………………….…………………5

1.2.2. Функциональный метод ……………………………………..…………….7

1.2.3. Функционально – графический метод…………………………………...11

1.2.4. Геометрический метод ……………………………………………..........14

**§2 Рекомендации к решению заданий с параметрами в ЕГЭ…………….16**

2.1 Решение алгебраических уравнений с параметрами……………………...16

2.2 Решение трансцендентных уравнений с параметрами……………………17

2.3 Решение различных видов неравенств с параметрами……………………18

2.4 Решение систем уравнений и систем неравенств с параметрами………...21

**Заключение……………………………………………………………………...23**

Использованная литература…………………………………………………….24

**Введение**

**Актуальность:** Большинству выпускников школ каждый год не хватает баллов по математике для поступления в престижные ВУЗы страны. Объясняется это тем, что для поступления в них требуется уметь решать самые сложные задания ЕГЭ. Одним из таких является задание №18, которое предполагает умения решать различные задания с параметрами. Практика вступительных экзаменов в ВУЗы по математике показывает, что задачи с параметрами представляют для абитуриентов наибольшую сложность, как в логическом, так и в техническом плане и поэтому умение их решать во многом предопределяет успешную сдачу экзамена в любом высшем учебном заведении. Каждый год такие задания решают менее 1% выпускников.

Я решил подробнее разобраться в данном вопросе, научиться успешно решать такие задания и разработать собственные рекомендации для их выполнения.

**Цель работы:** Разработать полезные рекомендации по успешному решению задания №18 ЕГЭ.

Данная цель может быть реализована посредством решения следующих задач.

**Задачи:**

1. Выявить типы заданий с параметрами ЕГЭ.
2. Изучить различные методы решения заданий с параметрами и провести сравнительный анализ этих методов.
3. Разработать рекомендации по выбору оптимального метода решения конкретных заданий, а также рекомендации по применению оптимальных методов

**Методы:** Изучение и анализ литературы, обобщение и систематизация изученной информации.

**§1** **Теоретические основы решений заданий с параметрами**

* 1. ***Параметр. Особенности задач и заданий с параметрами ЕГЭ***

***Параметром*** называется независимая переменная, значение которой в задаче (задании) считается либо заданным фиксированным, либо произвольным действительным числом, либо числом, принадлежащим заранее указанному множеству.

*Решить задачу с параметром* - значит найти, чему равна переменная при любом или указанном значении параметра, либо найти те значения параметра, при которых переменная удовлетворяет определенным условиям.

Задачи с параметром служат средством обобщения, систематизации, углубления, диагностики и контроля знаний, умений и навыков учащихся по целому комплексу тем.

Выделяют четыре больших класса **задач с параметрами:**

1. Уравнения, неравенства и их системы, которые необходимо решить для любого значения параметра, либо для значений параметра, принадлежащих определенному множеству.
2. Уравнения, неравенства и их системы, для которых требуется определить количество решений в зависимости от значения параметра.
3. Уравнения, неравенства и их системы, для которых требуется найти все те значения параметра, при которых указанные уравнения (системы, неравенства) имеют заданное число решений.
4. Уравнения, неравенства и их системы, для которых при искомых значениях параметра множество решений удовлетворяет заданным условиям в области определения.

Примеры.

1. Решить уравнение в зависимости от значений параметра

;

б) Найти все значения x , для каждого из которых неравенство 

выполняется хотя бы при одном значении

**2)** :

**3)** *a*)При каких *а* уравнение имеет больше двух корней

имеет ровно  два  решения*.*

Найти  все  *а*,  при  каждом  из  которых  уравнение**** имеет ровно один корень на промежутке.

В ЕГЭ, как правило, встречаются задания первого, второго и четвёртого типов.

Рассмотрим методы решения указанных заданий.

* 1. ***Методы решения заданий с параметрами***
		1. ***Аналитические методы***

 Аналитические методы решения заданий с параметрами представляют собой методы, предполагающие применение известных способов решение уравнений, неравенств и их систем на основе анализа задающих их выражений.

 К числу таких методов относят:

1. Метод сведения задачи к равносильной.
2. Перебор различных значений параметра
3. Замена переменной
4. Выявление необходимых достаточных условий (или необходимых условий)

Рассмотрим эти методы на конкретных примерах:

*Метод сведения задачи к равносильной*

**Пример .** При каких значениях *a* функция имеет хотя бы одну точку максимума?

Решение.

Данная функция может быть представлена в виде

В обоих случаях это части парабол, ветви которых направлены вверх, абсциссы вершин которых соответственно равны =2.

 Данные параболы соприкасаются на прямой , поэтому возможная точка максимума будет располагаться на этой прямой, если она будет находиться между прямыми  *х*=2 и *х*=6. Тогда должно выполняться условие

, т.е. значит,

.

Ответ: при .

*Перебор различных значений параметра*

**Пример**. При каких значениях параметра *a* неравенство *ax − 6 ≤ 2a − 3x* имеет решением все действительные числа?

Решение.

Приведем данное неравенство к виду *(a + 3)x ≤ 2(a + 3)* и рассмотрим несколько случаев.

1. Пусть *a + 3 > 0* , тогда получаем *x ≤ 2*.

2. При *a + 3 < 0* имеем *x ≥ 2*.

 3. Если *a + 3 = 0* , т.е. *a = −3*, то число- вое неравенство *0 ≥ 0* выполняется при всех значениях *х*.

Ответ: *a = −3*.

*Замена переменной*

В таких случаях требуется исследовать область изменения новой переменной, при этом задача с новой переменной может быть переформулирована.

**Пример** . Найти все значения параметра *а*, при каждом из которых уравнение

*(x²+2(a-2)x+a²-4a)² +(a+5)(x²+2(a-2)x+a²-4a)-a²+8a+2=0*

имеет: а) единственное решение; б) ровно два различных решения.

Решение.

Пусть *y=f(x)=x²+2(a-2)x+a²-4a*, тогда уравнение примет вид

*g(y)=y²+(a+5)y-a²+8a+2=0.* Если *f(x)=*0, то . Значит, квадратный трехчлен *f(x) = (x+a)(x+a−4)* принимает в точке один раз значение *f(2− a)=−4*, а остальные свои значения (большие − 4) – принимает дважды. Поэтому уравнение имеет единственный корень тогда и только тогда, когда:

1) ↔ ↔ *a*=2+

А ровно два корня – в следующих случаях:

2) *y₁ =y₂ > -4 ↔*  ↔

3) *y₁<-4<y₂ ↔ g(-4)<0↔*

Ответ: а) 2 + ; б) (−∞;2 − ) ∪{1}∪ (2 +;+ ∞).

*Выявление необходимых и достаточных условий*

Задачи, в которых поиск значений параметра или переменной затруднителен, выделяют необходимые условия для получения множества этих значений-претендентов, затем из них отбирают значения в ответ, используя достаточные условия.

**Пример.** Найти все значения параметра *a* , при каждом из которых уравнение



имеет два различных отрицательных корня.

Решение.

Используя теорему Виета, запишем необходимое и достаточное условия существования двух различных отрицательных корней для квадратного уравнения:

Рассмотрим первые два неравенства

⇔ ⇔*a*< −12. Теперь рассмотрим дискриминант с учетом того, что

*a* < −12.

*)² -* 4*>0,*

10²-4,

a²-144<25, a²<169, -13< a<13.

Учитывая условие *a* < −12 , получаем −13 < a < −12.

 Ответ: (–13; –12).

* + 1. ***Функциональный метод***

Наличие у функции, входящих в уравнение (неравенство) замечательных свойств (непрерывность, ограниченность, монотонность) позволяет применить нестандартные методы решения к стандартным по формулировке задачам.

К числу таких методов относят:

1. Применение непрерывности функции
2. Применение ограниченности функции
3. Применение монотонности функции

*Применение непрерывности функции*

**Пример**. Найти все значения параметра b, при каждом из которых отрезок [−3;−1] целиком содержится среди решений неравенства <0

Решение.

Неравенство перепишем так: >0 или f(*x*)=(x-3b)(x-)>0. В силу непрерывности функции f применим метод интервалов для его решения.

На рисунке расставлены знаки f(x) на числовой прямой в зависимости от взаимного расположения точек *x=* и *x = 3b*.

+

-

+

x

b/2

3b

-

+

+

b/2

3b

x

Условие задачи выполняется, если для квадратичной функции имеет место

 или

Отсюда получаем значения *b (-∞;-6) (-* или *b ≥ 0*.

Ответ: b (-∞;-6) (-.

*Применение ограниченности функции*

Если уравнение или неравенство устроено так, что на всей ОДЗ неизвестной имеют место неравенства и при некотором A, то:

* 1. Решение неравенства или уравнения сводится к поиску тех *х*, для которых одновременно и=А.
	2. Решение неравенства сводится к нахождению тех решений неравенства , для которых определена функция *g(x).*

**Пример.** Определить количество решений уравнения *2sinπax=x+*

в зависимости от параметра *а*.

Решение.

Оценим левую часть уравнения -2≤*2sinπax≤2.*Так как *x+≥2* при *x>*0 и *x+≤-2* при *x*<0 , то исходное уравнение равносильно совокупности двух систем.

**(1)↔**  nZ

**(2)↔**  n

Ответ: при a =± n∈ Z один корень, при *a*≠± n∈Z нет решений.

*Применение монотонности функции*

При использовании монотонности функций различают случаи, когда функции, стоящие в обеих частях уравнения или неравенства являются одинаковыми или разными по монотонности.

Полезно руководствоваться следующими выводами.



**Пример.** Найти все значения параметра *a*, при которых неравенство при всех

Решение.

1. >0⇔

Если , то . С другой стороны, . Значит, при неравенство выполняется при всех , если

2).

3)

Если , то линейная функция возрастает на R, а значит, при всех она не может всегда принимать отрицательные значения.

Если , то получим - верно при всех *х,* а значит, и при

Если , то неравенство будет выполняться при всех

Ответ:

*Полезно знать о монотонности на промежутке:*

**







**Пример1.** В зависимости от значения параметра *а* решить неравенство .

Решение.

Перепишем неравенство в виде , т.е.

, где возрастает на промежутке [-.

Тогда получим систему, равносильную данному неравенству

1. Если , то система не имеет решение
2. Если , то система имеет решение х=0.
3. Если , то система имеет решение

Ответ:

 .

**Пример 2.** Найти все значения *a*, при которых уравнение имеет два различных корня.

Решение.

Данное уравнение можно записать в виде *x*, т.е. , причём строго возрастает на промежутке [0;+ Значит, перейдём к равносильному уравнению , т.е..

Оно, в свою очередь, равносильно решая уравнение , получим

 при ⇒ Применяя к полученным корням второе условие системы, получим .

Ответ: .

***1.2.3.Функционаоьно-графический метод***

Функционально-графический метод обладает целым рядом преимуществ перед алгебраическим: он более нагляден и понятен в случаях, когда необходимо ответить на качественный вопрос или провести анализ множества решений.

Данный метод позволяет быстро и просто решить задание с параметром на основе построения графиков функций, фигурирующих в уравнении, при этом выделяют несколько способов применения этого метода.

*Способ «вращающейся» прямой*

Состоит в том, что мы мысленно вращаем некоторую прямую y=ax+b относительно её собственной точки и смотрим, в каких точках она пересекает построенный график.

**Пример 7.** Найти все значения *a,* при которых уравнение имеет на промежутке [0;+∞) более двух корней:

Решение:

Построим на плоскости ОХУ графики двух функций и выясним, при каких условиях они будут иметь более двух точек пересечения на промежутке [0;+∞):

у

y=

Y=

Как видно из построения,

0

4

х

5

при *a*≤0 графики не будут

пересекаться на промежутке [0;+∞). А значит,

X=-1

уравнение не будет иметь решение на нём.

Верхняя граничная ситуация, при которой будет три решения возможна, если

 пройдет через точку (0;5), тогда 5=*a*│0-4│, отсюда *a*=

Нижняя граничная ситуация, при которой уравнение будет иметь два решения, а не доходя до которой - три возможна, если 0<x<4 при a>0

Тогда левая ветвь графика примет вид и будет касаться ветви гиперболы, т.е. на этой области уравнение будет иметь одно решение. Найдём, при каком *a* это будет:

*,*

.

Но, так как , то получаем , и тогда при уравнение будет иметь более двух корней.

Ответ: .

*Способ «движущейся» прямой*

Состоит в том, что мы мысленно двигаем прямую y=*a* вдоль оси Оу и смотрим, в каких точках она пересекает график.

**Пример.** Найти все значения *a*, при которых уравнение имеет ровно один корень на промежутке (-

Решение.

Данное уравнение равносильно системе

Построим график функции при . Найдём абсциссы точек пересечения графика на промежутке (-и движущейся прямой где .

y

0

-4

2

x

-9

y=*d*

Из рисунка видно, что при будет один корень, тогда

=-9⇒. Если то и при а также уравнение будет иметь ровно один корень на промежутке (-

Значит, решим неравенства ,

совокупность которых равносильна системе

Тогда получим: .

Ответ: .

Применяя функционально-графический метод, можно использовать не только систему координат хОу, но и хОа. Например, уравнение

при его решении графическим методом удобно рассматривать как уравнение с двумя переменными *х* и *а*.

Тогда можно предложить следующий **алгоритм** графического решения уравнений с параметром:

1. Находим область определения уравнения.
2. Выражаем α как функцию от х.
3. В системе координат хОа строим график функции α (х) для тех значений х, которые входят в область определения данного уравнения.
4. Находим точки пересечения прямой α =d, с графиком функции α (х). Если прямая α =d пересекает график α(х), то определяем абсциссы точек пересечения. Для этого достаточно решить уравнение d = α(х) относительно х.
5. Записываем ответ.

**Пример.** Найти все значения параметра *a,* при которых уравнение

 имеет два различных неотрицательных корня.

Решение.

Областью определения данного уравнения является плоскость *aOх.* Построим в ней график функции

 Парабола пересекает ось ОХ в точках (2;0) и

x

(-1;0).

 Вершина параболы

0

-1

*a*

 Выясним, при каках *a* симметричные точки параболы лежат выше оси О*a*:

х=0⇒ *а*=2, при этом в точке *а* = оба корня совпадают. Значит, х0 при *а.*

Ответ: *а.*

***1.2.4. Геометрический метод***

Применяя в процессе решения таких заданий графики функций, фигурирующих в уравнении, неравенстве или системе, возникает необходимость геометрической интерпретации этих математических моделей и их прогнозируемого поведения.

Часто такой метод решения заданий с параметрами даёт наглядное и красивое решение по сравнению с другими методами.

**Пример 8.** Найти все значения параметра *а*, при каждом из которых система имеет ровно 4 решения:

**Решение**. Построим плоскую фигуру, удовлетворяющую первому уравнению системы:

* 1. , тогда ;
	2. ;
	3. , тогда;
	4. , .

Изобразим на плоскости ОХУ указанные отрезки прямых.

у

6

В

С

4

-4

О

К

А

х

Итак, АВСО – искомая фигура. Сравним угловые коэффициенты прямых, содержащих его стороны: , , АС, значит, АВСО – ромб, не являющийся квадратом.

Рассмотрим второе уравнение системы:

Оно равносильно уравнению = – окружность c центром в точке К (0;3) при .

Поскольку для ромба выполняется условие АВ+ОС=ВС+АО, значит, в него можно вписать окружность, тогда получим 4 точки касания, а значит, 4 решения. Выясним радиус этой окружности, решив геометрическую задачу:

АК=4б, ВК=3⇒АВ=5 (АКВ – египетский треугольник), его высота, проведённая из точки К на АВ равна =2,4.

Значит, при система будет иметь 4 решения. Поскольку АВСО – ромб, не являющийся квадратом, то сумма его противоположных углов не равна 180, следовательно, около него нельзя описать окружность.

При система также будет иметь 4 решения.

При – два решения, а при

Ответ: при .

**§2 Рекомендации к решению заданий с параметрами в ЕГЭ**

***2.1. Решение алгебраических уравнений с параметрами***

При решении квадратных уравнений c параметрами хорошо помогает алгебраический метод, связанный с выделением необходимых и достаточных условий, обеспечивающих выполнение требований задания.

**Задание 1.** При каких значениях *а* уравнение

 имеет два корня, каждый из которых больше 0,5?

Решение.

Найдём дискриминант уравнения D=-8(-, тогда =.

Уравнение имеет два корня, если >0, тогда возможны случаи:

* 1. 3*a*-7*>0*Значит,
	2. 3*a*-7<0

.

Ответ: при .

Решая дробно-рациональные и иррациональные уравнения, особенно, если в правой части уравнения стоит один параметр, рекомендуем использовать фунционально-графический метод.

**Задача 2.** При каких *а* уравнение =*ax+3* имеет единственное решение?

Решение.

Запишем уравнение в виде =. Рассмотрим графики функций и . Данное уравнение будет иметь единственное решение, если графики данных функций будут пересекаться в одной точке.

График первой функции - полуокружность .

Графиком второй функции является прямая, причём при *х*=10 эта прямая примет вид *у*=3, т.е. при любом данная прямая пройдёт через точку (10;3).

С

3

К

В

А

10

x

7

4

1

y

Как видно из рисунка, если прямая совпадает с прямыми КА, КС или проходит внутри острого угла АКВ, то она пересекает только в одной точке полуокружность. Если же она совпадает с прямой КВ или проходит внутри острого угла ВКС, то точек пересечения - две.

Выясним, при каких будет одно пересечение:

* 1. Прямая КС проходит через точку С(4;3), если подставить её координаты в уравнение прямой, то получим
	2. Прямая КС проходит через точки А(7;0) и В(1;0), которым соответственно отвечают значения параметра и . Значит, при исходное уравнение также имеет единственное решение.

Ответ: .

**2.2 Решение трансцендентных уравнений с параметрами**

При решении тригонометрических уравнений в основном используются аналитические методы, иногда в дополнении с функционально-графическим.

**Пример 1**. Найдите все значения параметра *a* , при которых уравнение

cos2x+4*a*cosx+2*a*²+1=0 не имеет решений.

Решение**.**

Преобразуем уравнение: *2cos²x-1+4acosx+2a²+1=0,*

*cos²x+2acosx+a²=0, (cosx+a)²=0*

 Итак, уравнение свелось к cosx=-*a.* Оно не имеет решений, если │*a*│>1.

Ответ: *a*(-∞;-1) (1;+∞).

**Пример 2.** При каких значениях параметра *a* уравнение , где имеет одно решение на отрезке

Решение.

Выполнив после подстановки все преобразования, получим уравнение

, где . Решим уравнение:

1+, .

Для того, чтобы на отрезке уравнение имело хотя бы одно решение необходимо и достаточно, чтобы .

Решая указанное неравенство и учитывая ограничения, указанные выше, получим

Ответ:

***2.3. Решение различных видов неравенств с параметрами***

Если неравенство несложное, например, первой степени и нём легко выразить переменную через параметр, то его можно решить на основе равносильных преобразований в сочетании с перебором различных значений параметра.

**Пример 1.** Решить неравенство относительно переменной x.

Решение.

Запишем неравенство в виде равносильной ему совокупности систем неравенств

Для нахождения решений первой системы сравним выражения *a* и .

Для этого составим и оценим разность *a-*=. Тогда *a*=2 -контрольное значение параметра. В связи с этим:

1. Если *a*<2, то <0, следовательно . Тогда на числовой оси решение неравенств будет выглядеть следующим образом.

*a*

х

Рис.2

Рис.1

Таким образом, если *a*<2, то x(;+∞).

1. Если *a*=2, то следовательно =*a*=2. Тогда решением системы имеет вид .
2. Если *a*>2, то следовательно <*a.* Тогда на рисунке 1 точки *a* и поменяются местами и получим: при *a*>2 x[;+∞).

Нанесем полученные результаты на развертку по параметру *a:*

*a*

*2*

Для нахождения решений второй системы неравенств найдем разность

*a-(3a-4 )= 4-2a* и оценим ее в зависимости от контрольного значения параметра *a*=2.

1. Если *a*<2, то >0, следовательно, . Тогда решение системы имеет вид: *a*<2, то x (;3*a*-4).
2. Если *a*=2, то следовательно, =*a*=2. Тогда решение системы имеет вид: *a*=2, то x (-∞;2).
3. Если *a*>2, то следовательно, <*a* Тогда решение системы имеет вид: *a*>2, то xϵ.

Отсюда с учётом полученных выводов и рисунка 2 будем иметь решение:

*a*<2: x (;) (;+∞).

*a*=2: x (-∞;2) (;+∞)

*a*>2: x.

Ответ: *a*<2: x (;) (;+∞);

 *a*=2: x (-∞;2) (;+∞);

 *a*>2: x.

В ситуациях, когда неравенство аналитически выглядит сложно, рекомендуем использовать функционально-графический метод его решения.

**Пример 2**. Решить неравенство │*2│x│-*2*a*│ относительно *x*.

Решение.

В системе координат xOy построим графики функций y=x+*a* и

y=│2│*x*│-2*a*│. Графиком первой функции является множество прямых, параллельных прямой y=x. Графиком второй - множество ломаных, проходящих через точку с координатами (0;2*a*). Следовательно, *a*=0 есть контрольное значение параметра. Рассмотрим случаи взаимного расположения графиков для *a*=0, *a*>0 и *a*<0.

1. Если *a*=0, то исходное неравенство равносильно неравенству x2│x│,

графическая интерпретация, которого представлена на рисунке 3.

У=

0

У=2

у

х

Рис.3

Тогда его решением является лишь точка х=0.

1. Если *a*>0, то нулями второй функции будут точки х=решением. Графически эта ситуация представлена на рисунке 4.

У=|2|

у

*a*

0

-*a*

х

*y=x+a*

Рис.4

неравенства будут являться абсциссы точек графика функции y=x+*a*, лежащие не ниже графика y=│2│x│-2*a*│ . Данному условию удовлетворяют точки с абсциссами x=-*a* и xϵ[x₁;x₂].

Значение x₁ найдем как абсциссу точки пересечения прямой *y=x*+*a* и прямой, проходящей через точки (0;2*a*) и (*a*;0), т.е. прямой . Значит, *x*+*a* =⇒.

Значение x₂ найдем как абсциссу точки пересечения прямой y=x+*a* и прямой, проходящей через точки (0;-2*a*) и (*a*;0), т.е. прямой

Значит, x+*a*=2x-2*a* ↔ =.

Следовательно, если *a*>0, то x{-*a*} [.

1. Если *a*<0, то графики функций y=x+*a* и y=│2│x│-2*a*│ не пересекаются.

Следовательно, неравенство решений не имеет.

Ответ: *a*<0: решений нет;

 *a*=0: x=0;

 *a*>0: x{-*a*} [.

**Пример 3** . При каких значениях параметра *a* среди решений неравенства >*a* содержится единственное целое число?

Решение.

После преобразований левой части неравенства согласно свойствам логарифмам получим

Воспользуемся графическим методом решения в сочетании с аналитическим

1

1000

0

1050

101

103

x

y

у=

у=

у=

Заметим, что единственными целочисленным решением, которое удовлетворяет равносильной системе являются х=102 и х=104, при которых функция у= принимает соответственно значения у=1 и у=3. Поэтому единственное целочисленное х=104 войдёт в состав решений, если .

Ответ: .

**2.4 Решение систем уравнений и систем неравенств с параметрами**

При решении систем уравнений или неравенств очень часто помогает функционально-графический метод в сочетании с аналитическим.

**Пример**. При каких b система имеет решение при любом *a*

Решение.

1. , получим

 Если , то , а при

Представим графическую интерпретацию решения:

*a*

--1

y

х

*a*

х

y

*При -1<b может не быть решений, т.е. b не подходит*

*При b есть решение*

--1

--d

*a*

*a*

y

x

y

x

*a*

*a*

2) Тогда при любом *a* имеется решение (0;0), т.е. подходит.

3)

 всегда есть решения всегда есть решения

*a*

*a*

-

-

-

Значит, при система имеет решения при любых *a*.

Ответ:.

**Заключение**

Итак, мы рассмотрели четыре метода решений заданий с параметрами с их специфическими особенностями. Некоторые из них совместно используются при решении заданий с параметрами, например, аналитический и функционально-графический, или аналитический и функциональный. Некоторые методы специфичны и работают на определённых заданиях, например, геометрический метод.

Нами представлены наиболее распространённые типы заданий ЕГЭ с параметрами в рамках программы 10 класса и даны рекомендации к их решению. Набор задач достаточно большой и в большинстве своём они решаются аналитическими и функционально-графическими методами.

**Использованная литература**

1. Корянов А.Г., Прокофьев А.А. Использование метода наглядной графической интерпретации при решении уравнений и неравенств с параметрами. // Математика в школе. 2011. №1. – стр. 18-26.2011. №2. – стр. 25-32.

1. Прокофьев А.А. Задачи с параметрами. Учебное пособие. – М.: МИЭТ, 2004. – 256 стр.
2. Математика: решение задания №2 для 10-х классов (2017-2018 учебный год), 2017, 32 с.
3. Романова Т.Е. Решение уравнений и неравенств первой степени с параметрами. Уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля: Учебно-методическое пособие. – Магнитогорск: МаГУ, 2004. – 63 с.
4. www.alexlarin.narod.ru